

Arborele frumos

Autor: stud. Râpeanu George-Alexandru, Universitatea Babeș-Bolyai, Cluj-Napoca

Problema cere ștergerea a fix K noduri dintr-un arbore cu N noduri cu ponderi, în așa fel încât în componentele conexe care rezultă suma maximă a ponderilor să fie minimă.

Putem alege ca rădăcină un nod oarecare, astfel transformând arborele într-un arbore cu rădăcină. Dacă notăm cu S_i suma ponderilor din tot subarborele nodului i , avem $S_i = \sum_{j \text{ este copilul lui } i} v_j$

Dacă am "inversa" problema și am fixa o limită L pentru suma maximă a unei componente conexe, am putea determina numărul minim de noduri care trebuie șterse pentru a respecta limita L folosind următorul algoritm de tip Greedy. Parcurgem recursiv arborele în adâncime și pornind de la frunze în sus calculăm valorile S_i pentru fiecare nod. Dacă $S_i > L$ ștergem nodul i , adică incrementăm cu unu numărul nodurilor șterse și setăm $S_i = 0$.

De aici vine ideea să căutăm binar valoarea lui L în intervalul $[0, MAX]$, unde MAX este suma maximă care poate fi atinsă de o componentă conexă. Dacă pentru un anumit L fixat avem nevoie de mai multe noduri șterse decât K , atunci continuăm în jumătatea superioară a intervalului, altfel în jumătatea inferioară.

Complexitatea algoritmului devine $O(n \log MAX)$, iar din restricțiile problemei reiese, că $MAX = 10^{15}$.



Arborele Anei